

Wiązki gaussowskie

1. Wiązka światła o częstotliwości  $\omega$  propaguje się wzdłuż osi  $z$  w próżni. Dla  $z = z_0$  dany jest poprzeczny rozkład amplitudy pola elektrycznego. Znajdź poprzeczny rozkład natężenia światła dla  $z \neq z_0$ . Skorzystaj z przybliżenia przyosiowego.
2. Pokaż, że gaussowski rozkład poprzeczny amplitudy pola elektrycznego pozostaje gaussowski podczas propagacji w próżni.
3. Pokaż, że pole elektryczne postaci:  

$$E(\rho, z, t) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp \left[ -\frac{\rho^2}{w^2(z)} - ik \frac{\rho^2}{2R(z)} + i\zeta(z) + i(\omega t - kz) \right],$$
gdzie  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$  spełnia równanie falowe w przybliżeniu przyosiowym.
  - Znajdź funkcje  $R(z), w(z), \zeta(z)$ .
  - Znajdź poprzeczny rozkład natężenia światła.
  - Znajdź kształt frontów falowych.
4. Zasięg Rayleigha to odległość, dla której rozmiar poprzecznego rozkładu natężenia wiązki gaussowskiej wzrasta dwukrotnie w porównaniu z przewężeniem. Jaka jest zależność zasięgu Rayleigha od promienia wiązki w przewężeniu?
5. Na dystansie  $L$  propagują się równolegle fala płaska o długości fali  $\lambda$  oraz wiązka gaussowska o długości fali  $\lambda$ , zasięgu Rayleigha dużo mniejszym od  $L$ , której przewężenie znajduje się w (a) w połowie odcinka o długości  $L$ ; (b) poza odcinkiem, w dużej odległości od niego. Znajdź różnicę pomiędzy liczbą frontów falowych „mieszczących się” w odcinku dla obydwu fal.
6. Jaki będzie promień wiązki gaussowskiej na powierzchni Księżyca, jeżeli na Ziemi wiązka ma przewężenie o promieniu a) 1 mm, b) 0,5 m? Jaki ułamek mocy zostanie odbity w kierunku Ziemi przez umieszczony na Księżycu retroreflektor o średnicy 50 cm?
7. Znajdź mod podstawowy rezonatora składającego się z lustra płaskiego i sferycznego o promieniu krzywizny  $R_0$  umieszczonych w odległości  $L$  dla światła o długości fali  $\lambda$ .
8. Parametr  $q$  wiązki gaussowskiej zdefiniowany jest jako  $q := z + iz_R$ , gdzie  $z_R$  jest zasięgiem Rayleigha. Wyraż parametr  $q$  przez funkcje  $R(z), w(z)$ . Zapisz pole elektryczne wiązki za pomocą parametru  $q$  (oraz fazy Gouya  $\zeta(z)$ ).
9. Jak zmienia się  $q$  (a) przy propagacji w pustej przestrzeni? (b) przy przejściu przez cienką soczewkę o ogniskowej  $f$ .
10. Pokaż, że wiązka gaussowska po przejściu przez układ optyczny opisany macierzą ABCD opisana jest parametrem  $q' = \frac{Aq+B}{Cq+D}$ , gdzie  $q$  to parametr wiązki na wejściu do układu.
11. W przewężeniu wiązki gaussowskiej umieszczono soczewkę o ogniskowej  $f$ . Znajdź położenie i rozmiar przewężenia wiązki wytworzonego przez soczewkę.