

MAWF '25/26
TEMATY EGZAMINACYJNE
[RRS]



FIG. 1. *Le Penseur*, Auguste Rodin.

I Część algebraiczna

- (1) Elementarna logika teorii kategorii – Lemat Yonedy.
- (2) Struktury uniwersalne – koncepcja i przykłady.
- (3) Iloczyn tensorowy jako struktura uniwersalna – opis konstruktywny, kluczowe własności.
- (4) Algebry – ideały, prostota, konstrukcja ilorazowa oraz redukcja względem idempotentów centralnych.
- (5) Algebra tensorowa modułu nad pierścieniem. Gradacja i super-iloczyn tensorowy.
- (6) Algebry Clifforda – uniwersalna konstrukcja funktorialna, proste przykłady (w tym – algebra zewnętrzna), podstawowe własności.
- (7) Istotne własności dodatkowe konstrukcji Clifforda: dystrybutywność względem sumy prostej przestrzeni kwadratowych, transport izometrii.
- (8) Centrum i antycentrum algebry Clifforda z zastosowaniami.
- (9) Kanoniczny iloczyn tensorowy algebr Clifforda.
- (10) Algebry Clifforda dla par dwoistych i niezwyrodniałych przestrzeni kwadratowych z involucją skośną.
- (11) Ogólna struktura szachownicy Clifforda. Półprostota algebr Clifforda i jej wyjaśnienie na gruncie konstrukcji algebr zredukowanych. Podalgebra parzysta.
- (12) Funktor kompleksyfikacji.
- (13) Twierdzenie Cartana–Dieudonnégo.
- (14) Od grupy jedności poprzez grupę Clifforda aż po grupy Pin i Spin.
- (15) Pinowe nakrycia izometrii nad ciałami spinowymi.
- (16) Kluczowe własności reprezentacji nieprzywiedlnych algebr prostych i półprostych. Studium algebr macierzowych.
- (17) Struktura modułów Clifforda, spinory.
- (18) Studium geometrii spinora czystego.

II Część geometryczna

- (1) Wiązki włókniste – definicja, przykłady, rekonstrukcja z danych lokalnych.
- (2) Podstawowe własności surjektywnych submersji.
- (3) Morfizmy wiązek włóknistych – definicja, przykłady, rekonstrukcja z danych lokalnych.
- (4) Wiązki wektorowe i ich morfizmy – definicja, przykłady, opis lokalny, warunki trywializowalności i podstawowe konstrukcje.
- (5) Wiązka baz wiązki wektorowej – konstrukcja, własności, rekonstrukcja wiązki wektorowej.
- (6) Wiązki główne i ich morfizmy – definicja, przykłady, opis lokalny, warunki trywializowalności.
- (7) Własności działania definiującego grupy strukturalnej na przestrzeni totalnej wiązki głównej.
- (8) Wiązki stowarzyszone i ich morfizmy – definicja, przykłady, opis lokalny. Równoważne opisy zbioru cięć globalnych.
- (9) Grupoid dołączony $\text{Ad } P_G \rightrightarrows \Sigma$ jako przykład grupoidu Liego. Struktura lewego modułu grupoidalnego na wiązce głównej $P_G \rightarrow \Sigma$ i rozszerzonej $P_G \times M \rightarrow \Sigma$.
- (10) Indukcja transformacji cechowania wiązki dołączonej z bisekcji grupoidu dołączonego $\text{Ad } P_G \rightrightarrows \Sigma$. Interpretacja tychże bisekcji w terminach automorfizmów wiązki głównej.
- (11) Redukcja wiązki głównej – definicja, studium metryczne.
- (12) Wiele twarzy orientacji na wiązce wektorowej. I klasa Stieffela–Whitneya i klasyfikacja nierównoważnych wyborów orientacji.
- (13) Prolongacja wiązki głównej wzdłuż rozszerzenia centralnego grupy strukturalnej – konstrukcja, homologiczne studium obstrukcji i klasyfikacja prolongacji nierównoważnych.
- (14) Powiązanie Ehresmanna – definicja, opis rzutowy, zastosowania (fizyczne). Morfizmy wiązek z powiązaniem i różniczkowania cięć kowariantne względem odwracalnych automorfizmów wertykalnych. Krzywizna powiązania jako miara obstrukcji.
- (15) Swoisty opis powiązania liniowego: pochodna Koszula (definicja, istnienie), formy Christoffela (definicja, reguły zszycia i własności transformacyjne), riemannowska krzywizna powiązania.
- (16) Swoisty opis powiązania liniowego: globalna trywializacja wiązki pionowej, forma powiązania głównego (definicja, istnienie, dane lokalne, reguły zszycia i własności transformacyjne).
- (17) Indukcja powiązania Crittendena na wiązce stowarzyszonej à la Kobayashi–Nomizu. Pochodna kowariantna – sens geometryczny i postać lokalna, sprzężenie minimalne za pośrednictwem pól fundamentalnych.
- (18) Beztorsyjne powiązanie metryczne i indukcja powiązania na wiązce zorientowanych baz pseudoortonormalnych.
- (19) Pochodna Clifforda i powiązanie spinowe – konstrukcja, własności w relacji.
- (20) Operator Diraca.