



FIG. 1. *Le Penseur*, Auguste Rodin.

- (1) Rozmaitości różniczkowe – topologia, lokalny model struktury gładkiej, morfizmy. Przykłady.
- (2) Istotne cechy topologii rozmaitości: normalność, lokalna zwartość, gwieździsta skończoność i „wyczerpanie zwartością”.
- (3) Konstrukcja gładkiego rozkładu jedności stowarzyszonego z pokryciem kartograficznym i jego elementarne zastosowania.
- (4) Ruchy lokalne na rozmaitości – struktura liniowa, topologizacja zbioru i konstrukcja rozmaitości gładkiej.
- (5) Wektory styczne a różniczkowania algebry funkcji na rozmaitości. Odwzorowanie styczne – konstrukcja i własności.
- (6) Wiązka włóknista – definicja, morfizmy, przykłady. Podstawowe własności rzutu na bazę.
- (7) Rekonstrukcja wiązki włóknistej oraz morfizmu (wertykalnego) wiązek z ich danych lokalnych.
- (8) Wiązka wektorowa – definicja, morfizmy, przykłady. Warunki trywializowalności. Geometryzacje podstawowych konstrukcji algebry liniowej.
- (9) Orientacja i struktura metryczna na wiązce wektorowej. Metryzowalność wiązek wektorowych.
- (10) Rozmaitość kostyczna – konstrukcja, mapy i trywializacje naturalne, odwzorowania przejścia. Różniczki funkcji, pola kowektorowe i cofnięcie.
- (11) Pola wektorowe – równoważne definicje, opis lokalny, struktura modułu nad pierścieniem funkcji gładkich.
- (12) Algebroid stycznościowy.
- (13) Pola wektorowe w relacji i co na to komutator.
- (14) Krzywe całkowe i potoki pól wektorowych. Pochodna Liego jako naturalne różniczkowanie wzdłuż potoków.

- (15) Pola tensorowe i ich pochodne Liego (także w obrazie lokalnym). Związek pochodnej Liego z komutatorem pól wektorowych.
- (16) Pola form różniczkowych – równoważne opisy, naturalna gradacja. Cofnięcie formy różniczkowej.
- (17) Struktura algebry różniczkowej z gradacją na przestrzeni form różniczkowych (iloczyn zewnętrzny i pochodna zewnętrzna). Uzgodnienie z operacją cofnięcia.
- (18) Rachunek Cartana na algebrze form różniczkowych: relacje między pochodną zewnętrzną, pochodną Liego, zwężeniem z polem wektorowym i komutatorem, także w relacji do iloczynu zewnętrznego.
- (19) Izomorfizm Hodge’a – definicja, elementarne własności, operator koróżniczki i Laplace’a–de Rhama.
- (20) Izomorfizmy muzyczne w obecności struktury metrycznej i wyróżnione przez nie operacje różniczkowe: gradient funkcji, dywergencja oraz – w $3D$ – rotacja pola wektorowego. Relacja z laplasjanem.
- (21) Elementy kohomologii de Rhama – definicja, homotopijna niezmienniczość. Uogólniony Lemat Poincarégo.
- (22) Całkowanie form różniczkowych po rozmaitościach.
- (23) Studium efektu Aharonova–Bohma jako źródło prototypu wiązki głównej z powiązaniem, czyli geometryzacja danych lokalnych pola Faradaya o okresach całkowitych (warunek Diraca skwantowania strumienia). Pole Faradaya jako krzywizna wiązki Diraca.
- (24) Powiązanie Ehresmanna na wiązce włóknistej – dopełnienie podwiązki pionowej, pole rzutowe (forma powiązania), krzywizna. Morfizmy wiązek z powiązaniem, transformacje cechowania i pochodna kowariantna.
- (25) Swoistości opisu (tj. konsekwencje istnienia struktury liniowej na włóknie) wiązek wektorowych, ich morfizmów i powiązania liniowego.
- (26) Pochodna Koszula – definicja, istnienie, relacja do powiązania Ehresmanna, zachowanie względem morfizmów.
- (27) Pochodna Koszula w obrazie lokalnym – symbole Christoffela, afiniczne prawa zszywania i transformacyjne (względem wertykalnych morfizmów wiązek wektorowych).
- (28) Krzywizna powiązania liniowego w terminach symboli Christoffela.