

Praca Domowa

Wstęp do kwantowej teorii układów wielu cząstek

Piotr Kulik

1 Seria I

1.1 Zadanie

Rozważ analogiczny jak na ćwiczeniach klasyczny system oscylatorów harmoniczych. Tym razem jednak, sprężyny mają naprzemiennie różne stałe κ_A i κ_B . Dla atomów u_j^A i u_j^B zapisz równania ruchu, a następnie znajdź rozwiązanie w postaci fali płaskich z ustalonym k i ω_k . Przedyskutuj granice $ka \ll 1$.

Wskazówka: The Oxford Solid State Basics - Steven H. Simon - 10.2 Normal Modes of the Diatomic Solid

1.2 Zadanie

Z definicji operatorów kreacji/anihilacji pokazać, że:

- a) dla bozonów zachodzi $[b_i, b_j^\dagger] = \delta_{ij}$ oraz $[b_i, b_j] = [b_i^\dagger, b_j^\dagger] = 0$
- b) dla fermionów zachodzi $\{b_i, b_j^\dagger\} = \delta_{ij}$ oraz $\{b_i, b_j\} = \{b_i^\dagger, b_j^\dagger\} = 0$

1.3 Zadanie

Operatory drabinkowe dla spinu fermionu definiujemy przez: $S_+ = \hbar c_\uparrow^\dagger c_\downarrow$, $S_- = \hbar c_\downarrow^\dagger c_\uparrow$. Zapisz za pomocą tych definicji operatory składowych S_x, S_y, S_z , a następnie sprawdź czy zachowana jest relacja $[S_x, S_y] = i\hbar S_z$

1.4 Zadanie

Dany jest operator pary fermionów $b_k = c_{k\uparrow} c_{-k\downarrow}$ ($k \neq 0$):

- (a) Znaleźć relacje komutacyjne: $[b_k, b_k^\dagger]$ oraz $[b_k, n_{k\uparrow}], [b_k, n_{-k\downarrow}]$.
- (b) Wprowadzamy następnie operatory $s_1 = (b_k + b_k^\dagger)/(2i)$ oraz $s_2 = (b_k + b_k^\dagger)/2$. Obliczyć $[s_1, s_2] = is_3$ oraz pokazać, że dla tak zdefiniowanego s_3 zachodzi $[s_1, s_3] = is_2$.