I seria zadań z mechaniki kwantowej I (2003/2004) – 3 zadania

Zadanie 1.

Gdy na szczeliny przesłony pada prostopadle fala płaska o długości fali λ i amplitudzie $\psi(x)$, to amplituda fali ugiętej jest proporcjonalna do

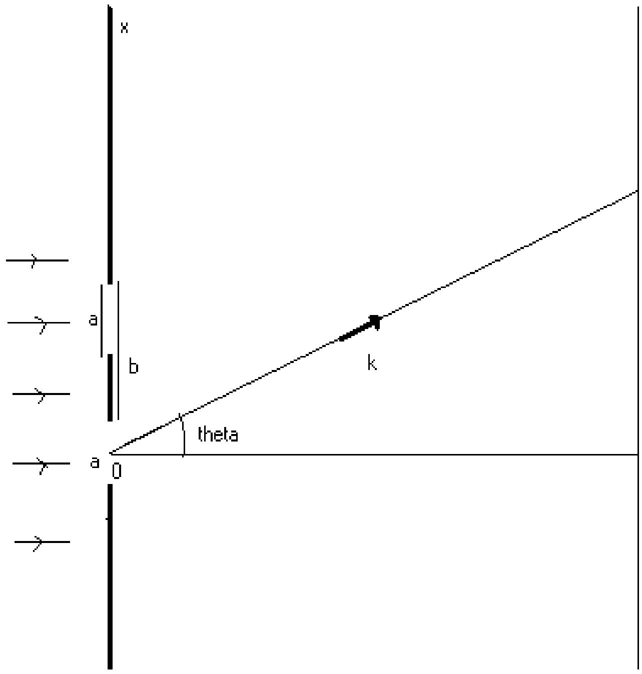
$$\tilde{\psi}(k_x) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_x x}\psi(x)dx, \quad \text{gdzie } k_x = \frac{2\pi}{\lambda}\sin\theta .$$

Znaleźć i przedyskutować (wykres!) rozkład natężenia fali ugiętej $|(\tilde{\psi}(k_x)|^2$ przy dyfrakcji:

a) na pojedynczej szczelinie o szerokości a, czyli dla $\psi(x) = \begin{matrix} A & x \in [-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}] \\ 0 & \text{dla pozostalych } x \end{matrix}$,

b) na siatce dyfrakcyjnej z N szczelinami o szerokości a odległymi o b, czyli dla

$$\psi(x) = \begin{matrix} A & x \in [-\frac{a}{2}+nb, \frac{a}{2}+nb], \; n = 0,1,\dots,N-1 \\ 0 & \text{dla pozostalych } x \end{matrix} .$$

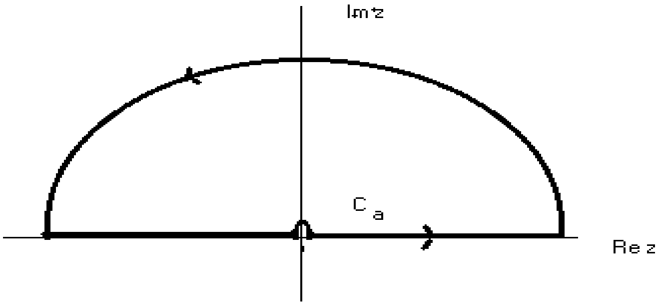


Zadanie 2.

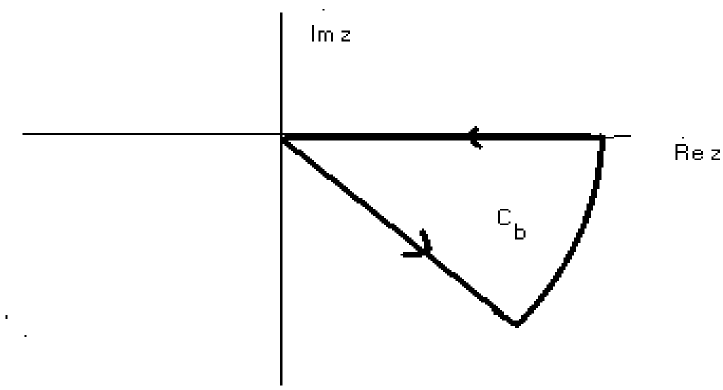
Obliczyć transformatę Fouriera $\tilde{V}(\vec{k}) = \int d^3 r V(\vec{r}) e^{-i\vec{k}\vec{r}}$ potencjału Yukawy $V(\vec{r}) = V_0 \frac{e^{-ar}}{r}$, a>0.

Zadanie 3.

a) Wykazać, że $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \pi$.   Wskazówka: Rozważyć całkę $\int\limits_{C_a} \frac{e^{iz}}{z} dz$.



b) Obliczyć całkę Fresnela $\int\limits_{0}^{\infty} e^{ix^2} dx$.   Wskazówka: Rozważyć całkę $\int\limits_{C_b} e^{-z^2} dz$.



8 października 2003